

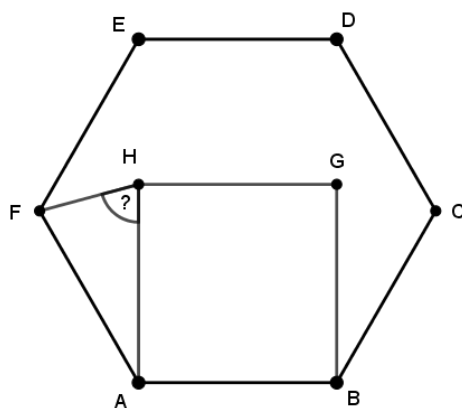
Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas
ACM

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA

Prueba Regional – 16 de mayo de 2021

Cuarto Año

Problema 1. $ABCDEF$ es un hexágono regular y $ABGH$ es un cuadrado.



¿Cuál es la medida, en grados, del ángulo $\angle AHF$?

- Ⓐ 80° ; Ⓑ 81° ; Ⓒ 82° ; Ⓓ 83° ; Ⓔ otro valor.

Problema 2. La ecuación

$$6^x - 4 \cdot 3^x - 27 \cdot 2^x + 108 = 0$$

tiene dos soluciones reales. ¿Cuál es la suma de ambas?

- Ⓐ 5; Ⓑ 8; Ⓒ 10; Ⓓ 12; Ⓔ otro valor.

Problema 3. Un tren se mueve a velocidad constante. El tren tarda 5 segundos en atravesar un túnel de 85 m de longitud y 8 segundos en atravesar otro túnel de 160 m de longitud. ¿Cuántos metros de longitud mide el tren?

- Ⓐ 30 m; Ⓑ 40 m; Ⓒ 60 m; Ⓓ 80 m; Ⓔ otro valor.

Problema 4. Los ángulos internos de un polígono convexo de 18 lados están en progresión aritmética. La diferencia entre las medidas del ángulo mayor y el ángulo menor es 20° . ¿Cuál es la medida, en grados, del ángulo menor?

Nota 1: Un polígono es *convexo* si todos sus ángulos internos son menores que 180° .

Nota 2: Una sucesión de números $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ es una *progresión aritmética* si las diferencias entre términos consecutivos son todas iguales, es decir si $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$

Ⓐ 60° ; Ⓑ 90° ; Ⓒ 120° ; Ⓓ 150° ; Ⓔ 165° .

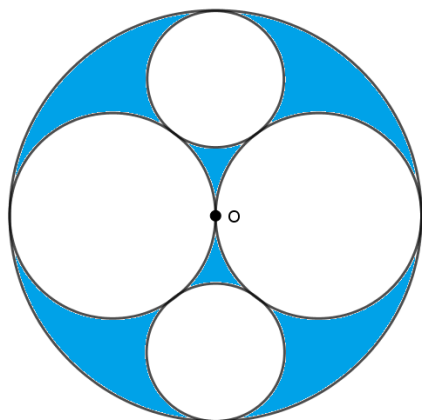
En las preguntas siguientes la respuesta debe ser un número entero, que se debe escribir sin signo, puntos ni coma. Por ejemplo 45 es válido. NO SON VÁLIDOS +45, 45.0, 45° ni 45,0.

Problema 5. El número 2021 contiene exactamente tres dígitos diferentes, el 0 el 1 y el 2. Desde el año próximo 2022 hasta el año 9999, ¿cuántos años tendrán exactamente tres dígitos diferentes?

Nota: Por ejemplo 3243 y 7005 cumplen la condición, mientras que 2022, 2345 y 7777 no la cumplen.

Problema 6. En una pecera viven unos pequeños gusanos y un pez que se alimenta de ellos, comiendo 30 gusanos por día. Al finalizar cada día, si hay menos de 100 gusanos éstos se reproducen, engendrando cada uno de ellos otro idéntico, doblando así su número total. Pero si hay 100 o más gusanos no hay reproducción. Suponga que al comenzar el día 1 hay 96 gusanos. A lo largo del día el pez come 30, dejando 66, que se reproducen y así el día 2 comienza con 132 gusanos. Durante el segundo día el pez come 30 y al final del día quedan 102 gusanos (que no se reproducen pues $102 \geq 100$). El día 3 los 102 gusanos se reducen a 72, se reproducen y al comenzar el día 4 hay 144 gusanos. Continuando de esta manera, ¿cuántos gusanos habrá al comenzar el día número 1000?

Problema 7. La circunferencia grande de centro O tiene radio $\frac{30}{\sqrt{\pi}}$. Las dos circunferencias medianas son tangentes entre sí en O y tangentes a la circunferencia grande. Cada una de las dos circunferencias pequeñas es tangente a la circunferencia grande y a las dos medianas.



¿Cuál es el área de la región azul?