

Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas
ACM

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA

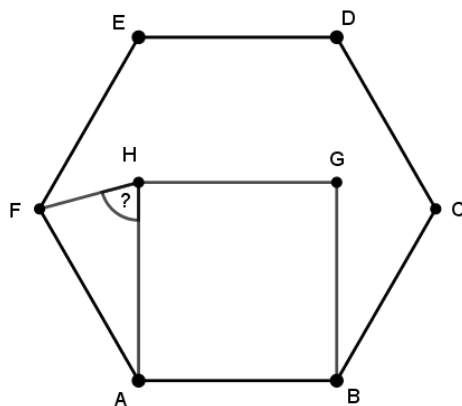
Prueba Regional – 16 de mayo de 2021

Tercer Año

Problema 1. ¿Cuántos enteros positivos de 4 dígitos tienen la propiedad de que, si se leen de derecha a izquierda, resulta un número mayor que el original? (Por ejemplo 4277 tiene esa propiedad, ya que $7724 > 4277$.)

- Ⓐ 5000; Ⓑ 4500; Ⓒ 4005; Ⓓ 3975; Ⓔ 3500.

Problema 2. $ABCDEF$ es un hexágono regular y $ABGH$ es un cuadrado.



¿Cuál es la medida, en grados, del ángulo $\angle AHF$?

- Ⓐ 80° ; Ⓑ 81° ; Ⓒ 82° ; Ⓓ 83° ; Ⓔ otro valor.

Problema 3. La ecuación

$$6^x - 4 \cdot 3^x - 27 \cdot 2^x + 108 = 0$$

tiene dos soluciones reales. ¿Cuál es la suma de ambas?

- Ⓐ 5; Ⓑ 8; Ⓒ 10; Ⓓ 12; Ⓔ otro valor.

Problema 4. Un tren se mueve a velocidad constante. El tren tarda 5 segundos en atravesar un túnel de 85 m de longitud y 8 segundos en atravesar otro túnel de 160 m de longitud. ¿Cuántos metros de longitud mide el tren?

- Ⓐ 30 m; Ⓑ 40 m; Ⓒ 60 m; Ⓓ 80 m; Ⓔ otro valor.

En las preguntas siguientes la respuesta debe ser un número entero, que se debe escribir sin signo, puntos ni coma. Por ejemplo 45 es válido. NO SON VÁLIDOS +45, 45.0, 45° ni 45,0.

Problema 5. Si las naranjas de un saco se agrupan de 4 en 4, sobran dos naranjas. Lo mismo ocurre si se agrupan de 5 en 5 o de 6 en 6. Pero si se agrupan de 7 en 7, no sobra ninguna. ¿Cuántas naranjas, como mínimo, hay en el saco?

Problema 6. ¿Cuántos números enteros positivos de cinco dígitos contienen exactamente dos dígitos diferentes?

Nota: Por ejemplo 37337 y 80888 cumplen la condición, mientras que 33727 y 55555 no la cumplen.

Problema 7. En una pecera viven unos pequeños gusanos y un pez que se alimenta de ellos, comiendo 30 gusanos por día. Al finalizar cada día, si hay menos de 100 gusanos éstos se reproducen, engendrando cada uno de ellos otro idéntico, doblando así su número total. Pero si hay 100 o más gusanos no hay reproducción. Suponga que al comenzar el día 1 hay 96 gusanos. A lo largo del día el pez come 30, dejando 66, que se reproducen y así el día 2 comienza con 132 gusanos. Durante el segundo día el pez come 30 y al final del día quedan 102 gusanos (que no se reproducen pues $102 \geq 100$). El día 3 los 102 gusanos se reducen a 72, se reproducen y al comenzar el día 4 hay 144 gusanos. Continuando de esta manera, ¿cuántos gusanos habrá al comenzar el día número 1000?