

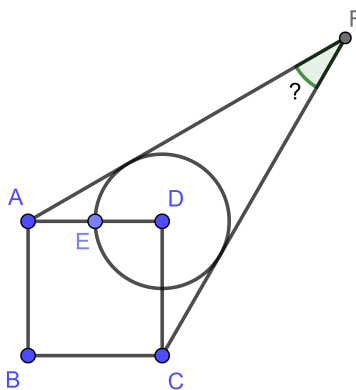
Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas
ACM

OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA

Prueba Regional – 30 de mayo de 2025

Quinto Año

1. La figura muestra un cuadrado $ABCD$. E es el punto medio de AD . Se traza una circunferencia de centro D que pasa por E . Dos tangentes a esa circunferencia trazadas desde A y C se cortan en F . ¿Cuánto mide, en grados, el ángulo $\angle AFC$?



(A) 29; (B) 30; (C) 31; (D) 32; (E) otro valor.

2. ¿Cuál es el mayor número entero menor que 1000 que no es divisible ni entre 2 ni entre 3 ni entre 5 y tampoco es primo?

(A) 987; (B) 989; (C) 991; (D) 997; (E) otro valor.

3. Sea x un número real positivo tal que $x + \frac{1}{x} = 7$. Halle el valor de

$$x\sqrt{x} + \frac{1}{x\sqrt{x}}.$$

- Ⓐ 7; Ⓑ $7\sqrt{7}$; Ⓒ 14; Ⓓ 18; Ⓔ otro valor.

4. Si $f(x)$ es una función tal que

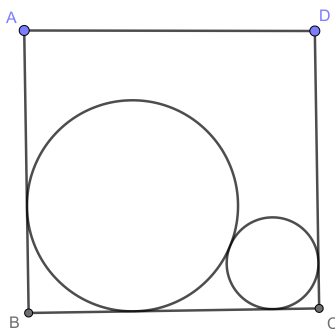
$$f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x \quad \text{para todo } x \neq 0,$$

entonces $f(x)$ es:

- Ⓐ $\frac{2}{x}$; Ⓑ $x + \frac{1}{x}$; Ⓒ $\frac{2}{3x} - \frac{x}{3}$; Ⓓ $\frac{2}{x} + \frac{x}{3}$; Ⓔ otra.

En las preguntas siguientes la respuesta debe ser un número entero, que se debe escribir sin signo, puntos ni coma. Por ejemplo 45 es válido. NO SON VÁLIDOS +45, 45.0 y 45,0.

5. La figura muestra un rectángulo $ABCD$ y dos circunferencias tangentes entre sí. La más grande tiene área $81\pi \text{ cm}^2$ y es tangente a los lados AB y BC del rectángulo. La más pequeña tiene área $16\pi \text{ cm}^2$ y es tangente a los lados BC y CD del rectángulo. ¿Cuánto mide, en centímetros, el segmento BC ?



6. Si x, y, z son números reales positivos tales que

$$(x + y)(x + y + z) = 24$$

$$(y + z)(x + y + z) = 56$$

$$(x + z)(x + y + z) = 48$$

¿cuál es el valor de y ?

7. En una pizarra está escrito el número 5. María y Juan juegan alternadamente, comenzando por María, a sustituir el número de la pizarra por otro mayor que él pero que no supere a su cuádruplo. Por ejemplo María, al comenzar el juego, puede sustituir el 5 por cualquier entero n del 6 al 20. Ahora Juan deberá sustituir el número n que escribió María por otro número mayor que n pero menor o igual a $4n$, y así sucesivamente. Gana el primero que logre escribir el número 10000. María se dio cuenta de que tiene un método de juego que le asegura siempre la victoria. Con ese método, ¿cuál es el primer número que María debe escribir?