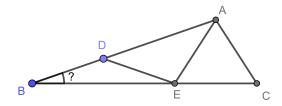
OLIMPÍADA JUVENIL DE MATEMÁTICA

Prueba Regional -30 de mayo de 2025 Tercer $\tilde{\text{Ano}}$

1. La figura muestra un triángulo ABC. D y E son puntos en los lados AB y BC, respectivamente, tales que BD = DE = EA = AC. Si $\angle BAC = 108^{\circ}$, ¿cuánto mide, en grados, el ángulo $\angle ABC$?



(A) 17; (B) 18; (C) 19; (D) 20; (E) otro valor.

2. ¿Cuál es el mayor número entero menor que 1000 que no es divisible ni entre 2 ni entre 3 ni entre 5 y tampoco es primo?

A 987; B 989; C 991; D 997; E otro valor.

3. ¿Cuántos números enteros positivos de seis dígitos contienen exactamente dos dígitos diferentes?

Ejemplo: el 373373 y el 188888 cumplen la condición, el 444233 y el 333333 no la cumplen..

(A) 18; (B) 2100; (C) 2211; (D) 3440; (E) otro valor.

4. Considere un polígono con n vértices A_1, A_2, \ldots, A_n y sea a_i el ángulo interno en el vértice A_i . Suponga que $a_1 < a_2 < \cdots < a_n$ y que estos ángulos están en progresión aritmética, es decir que

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots = a_n - a_{n-1}$$

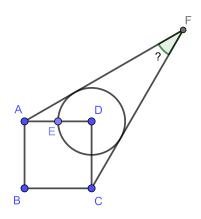
(las diferencias entre cada ángulo y el siguiente son todas iguales).

Si $a_1 = 160^{\circ}$ y $a_n = 176^{\circ}$, ¿cuál es el número de vértices n?

(A) 6; (B) 12; (C) 24; (D) 36; (E) otro valor.

En las preguntas siguientes la respuesta debe ser un número entero, que se debe escribir sin signo, puntos ni coma. Por ejemplo 45 es válido. NO SON VÁLIDOS +45, 45.0 y 45,0.

5. La figura muestra un cuadrado ABCD. E es el punto medio de AD. Se traza una circunferencia de centro D que pasa por E. Dos tangentes a esa circunferencia trazadas desde A y C se cortan en F. ¿Cuánto mide, en grados, el ángulo $\angle AFC$?



6. x, y, z son números reales tales que

$$x^2y = 18$$

$$y^2z = 16$$

$$z^2x = 48$$

¿cuál es el valor de $x^2 + y^2 + z^2$?

7. En una pizarra está escrito el número 5. María y Juan juegan alternadamente, comenzando por María, a sustituir el número de la pizarra por otro mayor que él pero que no supere a su triple. Por ejemplo María, al comenzar el juego, puede sustituir el 5 por cualquier entero n del 6 al 15. Ahora Juan deberá sustituir el número n que escribió María por otro número mayor que n pero menor o igual a 3n, y así sucesivamente. Gana el primero que logre escribir el número 1000. María se dio cuenta de que tiene un método de juego que le asegura siempre la victoria. Con ese método, ¿cuál es el primer número que María debe escribir?