

*Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas*  
**ACM**

---

## OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA

Prueba Regional – 30 de mayo de 2025

Segundo Año

1. Ana, Berta y Claudia son tres amigas. Cada una de ellas o bien es **veraz** y **siempre** dice la verdad, o bien es **mentirosa** y **siempre** miente. Un día hacen las siguientes afirmaciones:

Ana: “Dos de nosotras somos veraces y la otra es mentirosa”.

Berta: “Dos de nosotras somos mentirosas y la otra es veraz”.

Claudia: “Ana y Berta son ambas mentirosas”.

¿Qué es cada una de ellas?

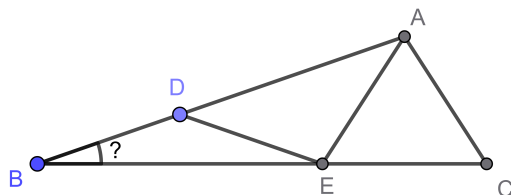
- Ⓐ Ana es veraz y las otras dos son mentirosas.;
- Ⓑ Berta es mentirosa y las otras dos son veraces.;
- Ⓒ Berta es veraz y las otras dos son mentirosas;
- Ⓓ Las tres son mentirosas;
- Ⓔ Ninguna de las anteriores.

2. ¿Cuántos números enteros positivos de seis dígitos contienen exactamente dos dígitos diferentes?

Ejemplo: el 373373 y el 188888 cumplen la condición, el 444233 y el 333333 no la cumplen..

- Ⓐ 18;   Ⓑ 2100;   Ⓒ 2211;   Ⓓ 3440;   Ⓔ otro valor.

3. La figura muestra un triángulo  $ABC$ .  $D$  y  $E$  son puntos en los lados  $AB$  y  $BC$ , respectivamente, tales que  $BD = DE = EA = AC$ . Si  $\angle BAC = 108^\circ$ , ¿cuánto mide, en grados, el ángulo  $\angle ABC$ ?



- (A) 17; (B) 18; (C) 19; (D) 20; (E) otro valor.

4. ¿Cuál es el mayor número entero menor que 1000 que no es divisible ni entre 2 ni entre 3 ni entre 5 y tampoco es primo?

- (A) 987; (B) 989; (C) 991; (D) 997; (E) otro valor.

**En las preguntas siguientes la respuesta debe ser un número entero, que se debe escribir sin signo, puntos ni coma. Por ejemplo 45 es válido. NO SON VÁLIDOS +45, 45.0 y 45,0.**

5. Considere un polígono con  $n$  vértices  $A_1, A_2, \dots, A_n$  y sea  $a_i$  el ángulo interno en el vértice  $A_i$ . Suponga que  $a_1 < a_2 < \dots < a_n$  y que estos ángulos están en progresión aritmética, es decir que

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots = a_n - a_{n-1}$$

(las diferencias entre cada ángulo y el siguiente son todas iguales).

Si  $a_1 = 138^\circ$  y  $a_n = 162^\circ$ , ¿cuál es el número de vértices  $n$ ?

6.  $x$  y  $y$  son números reales positivos tales que

$$\begin{aligned} x - y &= 5 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} &= \frac{25}{xy}, \end{aligned}$$

¿cuál es el valor de  $xy$ ?

7. En una pizarra está escrito el número 5. María y Juan juegan alternadamente, comenzando por María, a sustituir el número de la pizarra por otro mayor que él pero que no supere a su triple. Por ejemplo María, al comenzar el juego, puede sustituir el 5 por cualquier entero  $n$  del 6 al 15. Ahora Juan deberá sustituir el número  $n$  que escribió María por otro número mayor que  $n$  pero menor o igual a  $3n$ , y así sucesivamente. Gana el primero que logre escribir el número 1000. María se dio cuenta de que tiene un método de juego que le asegura siempre la victoria. Con ese método, ¿cuál es el primer número que María debe escribir?