

OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Final Nacional — 22 de junio de 2024
Segundo Año

Duración de la prueba: 3 horas y media

Valor de cada problema: 7 puntos

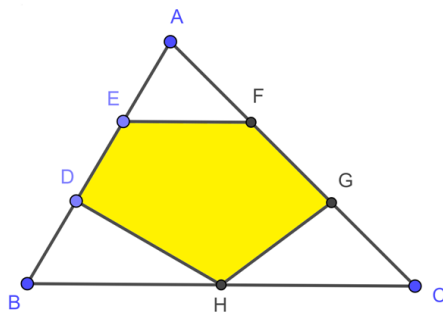
Todas las respuestas deben justificarse.

Problema 1. Escriba un número en cada casilla vacía de la tabla siguiente:

	4			$\frac{2}{3}$		9		
--	---	--	--	---------------	--	---	--	--

de modo que el producto de cuatro números consecutivos cualesquiera sea 36.

Problema 2. ABC es un triángulo. D y E son dos puntos en el lado BA tales que $BD = DE = EA$. F y G son dos puntos en el lado AC tales que $AF = FG = GC$. H es el punto medio del lado BC . Si el área del triángulo ABC es 36 cm^2 , ¿cuál es el área del pentágono $DEFGH$?



Problema 3. Halle todas las soluciones (x, y, z) en números enteros del sistema

$$x + y + yz = 2025$$

$$xy + y + z = 2023.$$

Problema 4. Una *pila* de monedas es un conjunto de una o más monedas colocadas cada una encima de otra, formando una columna. Inicialmente hay una pila de N monedas idénticas sobre una mesa, y Juan quiere reducir esa pila a N pilas de 1 moneda cada una. Para ello dispone de dos operaciones permitidas. La primera consiste en tomar una pila con una cantidad par de monedas y dividirla en dos pilas, cada una con la mitad de monedas de la pila original. Y la segunda consiste en tomar una pila de monedas y dividirla en tres pilas, cada una de ellas con una cantidad diferente de monedas.

- Para cada N desde 2 hasta 9, determine si Juan puede lograr su objetivo.
- ¿Hay algún $N \geq 10$ para el cual Juan no pueda lograr su objetivo?