



**OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA**  
**Final Nacional — 17 de junio de 2023**  
**Tercer Año**

**Duración de la prueba:** 3 horas y media

**Valor de cada problema:** 7 puntos

**Todas las respuestas deben justificarse.**

**Problema 1.** Halle todas las soluciones enteras  $(x, y, z)$  del sistema

$$xy + z = 2023$$

$$x + yz = 2021.$$

**Problema 2.** Un triángulo  $ABC$  tiene lados  $AB = 5$  cm,  $BC = 13$  cm y  $AC = 12$  cm. ¿Cuánto mide el radio de la circunferencia inscrita en el triángulo?

Nota: La circunferencia inscrita es la que es tangente a los tres lados del triángulo.

**Problema 3.** Halle el menor entero positivo  $n$  tal que la suma de los dígitos de  $n$  y la suma de los dígitos de  $n + 1$  sean, ambas, múltiplos de 13.

**Problema 4.** Usando solamente los dígitos 1, 2, 3 y 4, ¿cuántos números de diez dígitos se pueden formar tales que cualquier par de dígitos vecinos difieran en 1? (un ejemplo de estos números es 2123432321).