

OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Final Nacional — 2 de julio de 2022
Primer Año

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Instituto: _____ Ciudad: _____ Estado: _____

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ Total: _____

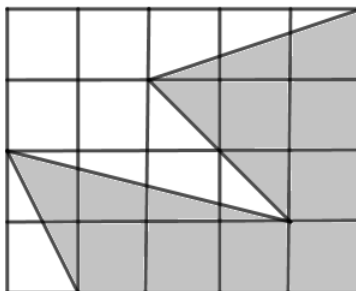
Todas las respuestas deben justificarse.

Duración de la prueba: 3 horas y media

Valor de cada problema: 7 puntos

Problema 1. Cada una de las tres amigas Ana, Berta y Claudia o es *veraz*, y siempre dice la verdad, o es *mentirosa*, y siempre miente. Un día Ana dice: “Las tres somos veraces”. Berta dice: “Entre las tres hay dos mentirosas y una veraz”. Claudia dice: “Entre las tres hay una mentirosa y dos veraces”. ¿Qué es cada una de ellas, veraz o mentirosa?

Problema 2. Cada cuadradito de la retícula mide 1 cm de lado. Determine el área de la región sombreada.



Problema 3. Halle todos los números enteros positivos que son iguales a trece veces la suma de sus dígitos.

Problema 4. En una pizarra está escrito el número 3. Ana y Beto juegan alternadamente, comenzando por Ana, a sustituir el número de la pizarra por otro mayor pero que no supere al doble del número. Por ejemplo Ana, al comenzar el juego, puede sustituir el 3 por 4, 5 o 6. Ahora Beto deberá escribir un número mayor que el que escribió Ana pero que no supere a su doble, y así sucesivamente. Gana el primero que escriba un número mayor o igual que 100. Determine si alguno de los jugadores tiene una estrategia ganadora, y descríbala.

Nota: Una *estrategia ganadora* es un método de juego que asegura la victoria del que lo emplea, independientemente de lo que haga el otro jugador.