



OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Final Nacional — 27 de junio de 2021
Quinto Año

Duración de la prueba: 3 horas y media

Valor de cada problema: 7 puntos

Todas las respuestas deben justificarse.

Problema 1. En una caja hay 19 pelotas de colores. Si se extraen seis pelotas cualesquiera, al menos dos de ellas y como máximo cuatro son de un mismo color. Se sabe que al menos una de las pelotas es azul, y que hay más pelotas rojas que azules. Determine, si es posible, el número exacto de pelotas azules y de pelotas rojas que hay en la caja.

Problema 2. Halle todas las soluciones del sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}abc &= 240, \\ac + b &= 46, \\a + bc &= 64.\end{aligned}$$

Problema 3. Halle el menor entero positivo n que cumpla las dos condiciones siguientes:

1. La suma de los dígitos de n es 50.
2. La suma de los dígitos de $2n$ (el doble de n) es 64.

Problema 4. ABC es un triángulo rectángulo en B , con $AB = 3$ cm y $BC = 4$ cm. Ω es la circunferencia inscrita en ABC , tangente a los lados AB , BC y CA . ω es la circunferencia tangente a Ω y a los lados BC y AC del triángulo ABC . Halle los radios de Ω y de ω .

