



OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Final Nacional — 6 de septiembre de 2020
Quinto Año

Duración de la prueba: 3 horas y media

Valor de cada problema: 7 puntos

Todas las respuestas deben justificarse.

Problema 1. ¿Para cuáles enteros positivos n el número $3^n + 4n - 1$ es un cuadrado perfecto?

Problema 2. Usando solamente los dígitos 1, 2 y 3, ¿cuántos números de quince dígitos se pueden formar tales que cualquier par de dígitos vecinos difieran en 1? (un ejemplo de estos números es 212123232123212).

Problema 3. Sea $p(x)$ un polinomio con coeficientes enteros. Si $p(1)$ y $p(0)$ son impares, demuestre que $p(x) = 0$ no tiene soluciones enteras.

Problema 4. $ABCD$ es un rectángulo. El círculo rojo es tangente a los lados DA , AB y BC . El círculo amarillo es tangente al círculo rojo y a los lados BC y CD . La tangente común a ambos círculos en su punto de contacto pasa por D . Si el área del círculo amarillo es 1 cm^2 , ¿cuál es el área del círculo rojo?

