



OLIMPIADA JUVENIL DE MATEMÁTICA
Prueba Nacional — 8 de junio de 2019
Quinto Año

Apellidos y Nombres: _____ N° de Cédula: _____

Tlf: _____ Correo-e: _____ fecha de nacimiento: _____

Instituto: _____ Ciudad: _____ Estado: _____

(No escriba en esta línea) Puntos: 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ Total: _____

Todas las respuestas deben justificarse.

Duración de la prueba: 3 horas y media

Valor de cada problema: 7 puntos

Problema 1. Amanda escribió un entero positivo de cuatro dígitos A . Laura escribió un dígito x a la izquierda de A y otro dígito y a la derecha de A , obteniendo un número de seis dígitos L . Luego Iván dividió L entre A y obtuvo cociente 21 y resto 0 (la división dio exacta). Determine los valores de A y L .

Problema 2. Halle todas las soluciones reales del sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}4^x + y &= 2019, \\17 \cdot 2^x + 2y &= 4030.\end{aligned}$$

Problema 3. Lisandro tiene un montón con 2019 piedras. Él divide el montón en dos montones, cada uno con al menos una piedra, multiplica los números de piedras en cada uno de los dos nuevos montones y anota el resultado en un papel. A continuación escoge un montón que tenga más de una piedra y hace la misma operación: lo divide en dos montones con al menos una piedra cada uno, multiplica los números de piedras en los dos nuevos montones y escribe el resultado en el papel. Continúa de esta manera hasta que todos los montones que queden contengan sólo una piedra cada uno. En ese momento suma todos los números que escribió. ¿Es posible determinar el valor de esa suma? Si es posible, halle su valor.

Problema 4. Sea ABC un triángulo equilátero. Sean M y N los puntos medios de AB y BC . Sea P en el exterior de ABC , tal que APC es isósceles y rectángulo en P . Las rectas PM y AN se intersecan en I . Probar que CI es la bisectriz de $\angle ACM$.