

**OLIMPIÁDA JUVENIL DE MATEMÁTICA 2019**  
**CANGURO MATEMÁTICO**  
**QUINTO AÑO**



*RESPONDE LA PRUEBA EN  
LA HOJA DE RESPUESTA ANEXA*



1.  $20 \times 19 + 20 + 19 =$

- Ⓐ 389; Ⓑ 399; Ⓒ 409; Ⓓ 419; Ⓔ 429.

2. Un tren eléctrico de juguete tarda exactamente 1 minuto y 11 segundos en dar una vuelta completa en su circuito. ¿Cuánto tarda en dar seis vueltas?

- Ⓐ 7 minutos 16 segundos; Ⓑ 6 minutos 56 segundos; Ⓒ 7 minutos 26 segundos; Ⓓ 7 minutos 36 segundos; Ⓔ 7 minutos 6 segundos.

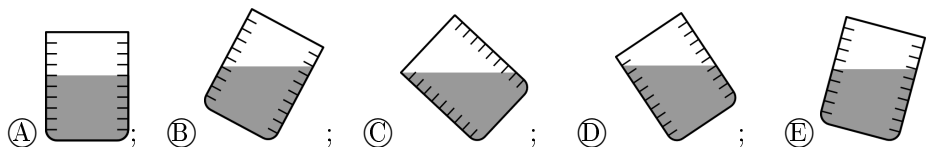
3. Un peluquero desea escribir la palabra CORTE en una pizarra de tal manera que un cliente, mirando el reflejo de la pizarra en el espejo, lea la palabra correctamente. ¿Qué debe escribir el peluquero en la pizarra?

- Ⓐ CORTE; Ⓑ CORTÉ; Ⓒ ETRÖC;  
Ⓓ ETRÖC; Ⓔ ETROC.

4. ¿Cuántas sumas de puntos diferentes se pueden obtener si se lanzan simultáneamente tres dados estándar?

- Ⓐ 14; Ⓑ 18; Ⓒ 15; Ⓓ 17; Ⓔ 16.

5. Se vierte agua en cinco vasos idénticos. Cuatro de ellos contienen la misma cantidad de agua. ¿Cuál es el que contiene una cantidad de agua diferente?



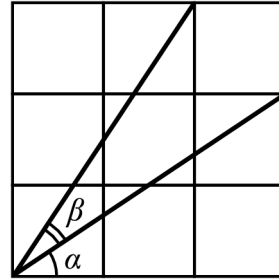
6. Un parque tiene cinco portones. Mónica desea entrar por uno de ellos y salir por uno diferente. ¿De cuántas maneras distintas puede hacerlo?

- Ⓐ 25; Ⓑ 20; Ⓒ 16; Ⓓ 15; Ⓔ 10.

7. Los pesos en kilogramos de tres canguros son tres números enteros diferentes. El peso total de los tres es 97 kg. ¿Cuánto puede pesar, como máximo, el más liviano de los tres canguros?

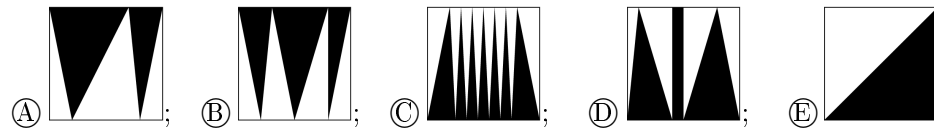
- (A) 31 kg; (B) 33 kg; (C) 30 kg; (D) 32 kg; (E) 1 kg.

8. Los nueve cuadrados de la figura son iguales. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera para los ángulos marcados en la figura?

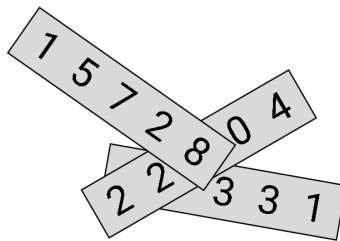


- (A)  $\alpha = \beta$ ; (B)  $2\alpha + \beta = 90^\circ$ ; (C)  $\alpha + \beta = 60^\circ$ ; (D)  $2\beta + \alpha = 90^\circ$ ; (E)  $\alpha + \beta = 45^\circ$ .

9. Dentro de cada cuadrado unitario se ha sombreado una parte. ¿En cuál de los cuadrados el área total sombreada es mayor?



10. En cada una de tres tiras de papel se ha escrito un número de cinco dígitos. La suma de los tres números es 57263. Tres de los dígitos no se ven. ¿Cuáles son esos tres dígitos?



- (A) 1, 2 y 9; (B) 2, 4 y 9; (C) 2, 7 y 8; (D) 5, 7 y 8; (E) 0, 2 y 2.

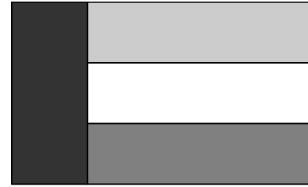
11. Un cuadrado tiene vértices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$ , etiquetados en sentido horario. Un triángulo equilátero tiene vértices  $A$ ,  $E$  y  $C$ , etiquetados en sentido horario. ¿Cuánto mide, en grados, el ángulo  $CBE$ ?

- (A) 30; (B) 45; (C) 135; (D) 145; (E) 150.

**12.** Los números  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  son enteros positivos diferentes elegidos del 1 al 10. ¿Cuál es el menor valor posible de  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ ?

- Ⓐ  $\frac{2}{10}$ ; Ⓑ  $\frac{3}{19}$ ; Ⓒ  $\frac{14}{45}$ ; Ⓓ  $\frac{29}{90}$ ; Ⓔ  $\frac{25}{72}$ .

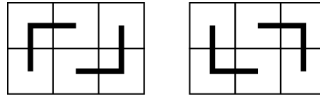
**13.** La bandera de Canguria es un rectángulo con altura y ancho en la razón 3 : 5. La bandera está dividida en cuatro rectángulos de igual área como muestra la figura. ¿Cuál es la razón entre la altura y el ancho del rectángulo blanco?



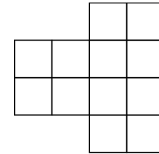
- Ⓐ 1 : 3; Ⓑ 1 : 4; Ⓒ 2 : 7; Ⓓ 3 : 10; Ⓔ 4 : 15.

**14.** Un rectángulo de  $3 \times 2$  puede cubrirse exactamente con dos figuras en

forma de L  de dos maneras diferentes, como se muestra:



¿De cuántas maneras diferentes puede cubrirse la figura de la derecha con figuras en forma de L?



- Ⓐ 1; Ⓑ 2; Ⓒ 3; Ⓓ 4; Ⓔ 48.

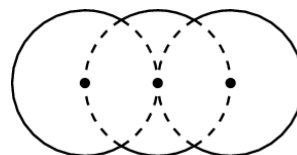
**15.** En el triatlón hay que recorrer un trayecto nadando, otro corriendo y otro en bicicleta. En bicicleta se deben recorrer tres cuartos de la distancia total. Corriendo se debe recorrer la quinta parte. Nadando se deben recorrer 2 km. ¿Cuál es la distancia total a recorrer en el triatlón, en km?

- Ⓐ 40; Ⓑ 60; Ⓒ 20; Ⓓ 38; Ⓔ 10.

**16.** Se desea preparar jugo diluyendo un concentrado en agua, en la razón de 1:7 en volumen. El concentrado se encuentra en una botella de 1 litro, que está llena hasta la mitad. ¿Qué fracción de ese concentrado se debe usar para obtener 2 litros de jugo?

- Ⓐ  $\frac{1}{4}$ ; Ⓑ  $\frac{2}{7}$ ; Ⓒ  $\frac{1}{2}$ ; Ⓓ  $\frac{4}{7}$ ; Ⓔ Todo el concentrado..

17. Se forma una figura con tres circunferencias iguales de radio  $R$  que tienen sus centros alineados. La circunferencia del medio pasa por los centros de las otras dos. ¿Cuál es el perímetro de la figura (indicado con trazo continuo)?



- Ⓐ  $\frac{10\pi R}{3}$ ; Ⓑ  $\frac{5\pi R}{3}$ ; Ⓒ  $\frac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$ ; Ⓓ  $2\pi R\sqrt{3}$ ; Ⓔ  $4\pi R$ .

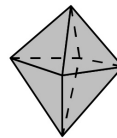
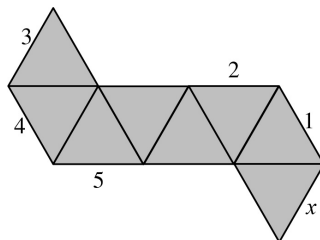
18. La suma de los 7 dígitos del número telefónico  $\overline{aaabbbb}$  es el número de dos dígitos  $\overline{ab}$ . ¿Cuál es el valor de la suma  $a + b$ ?

- Ⓐ 8; Ⓑ 9; Ⓒ 10; Ⓓ 11; Ⓔ 12.

19. 60 manzanas y 60 peras se empacan en varias cajas de manera que todas las cajas contengan el mismo número de manzanas, pero no haya dos cajas que contengan el mismo número de peras. ¿Cuál es el mayor número posible de cajas que se pueden empacar de esa manera?

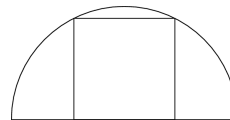
- Ⓐ 20; Ⓑ 15; Ⓒ 12; Ⓓ 10; Ⓔ 6.

20. El diagrama muestra el desarrollo plano de un octaedro. Cuando se pliega para formar el octaedro, ¿cuál de los segmentos etiquetados coincidirá con el segmento marcado con la  $x$ ?



- Ⓐ 1; Ⓑ 2; Ⓒ 3; Ⓓ 4; Ⓔ 5.

21. Un cuadrado tiene dos de sus vértices en una semicircunferencia y los otros dos en el diámetro de la misma, como muestra la figura.



El radio de la semicircunferencia es 1 cm. ¿Cuál es el área del cuadrado?

- Ⓐ  $\frac{\pi}{4}$  cm<sup>2</sup>; Ⓑ  $\frac{4}{5}$  cm<sup>2</sup>; Ⓒ 1 cm<sup>2</sup>; Ⓓ  $\frac{4}{3}$  cm<sup>2</sup>; Ⓔ  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  cm<sup>2</sup>.

**22.** Dos puntos están marcados en un disco que rota alrededor de su centro. Uno de los puntos está 3 cm más alejado del centro del disco que el otro y se mueve a una velocidad constante que es 2.5 veces la del otro punto. ¿Cuál es la distancia del centro del disco al punto más alejado?

- (A) 10 cm; (B) 9 cm; (C) 8 cm; (D) 6 cm; (E) 5 cm.

**23.** Los enteros del 1 al 99 se escriben en orden ascendente uno a continuación del otro, sin espacios, y luego la secuencia de dígitos se divide en tripletas:

123456789101112...979899  $\rightarrow$  (123)(456)(789)(101)(112)...(979)(899).

¿Cuál de las siguientes **no** es una de las tripletas?

- (A) (222); (B) (444); (C) (464); (D) (646); (E) (888).

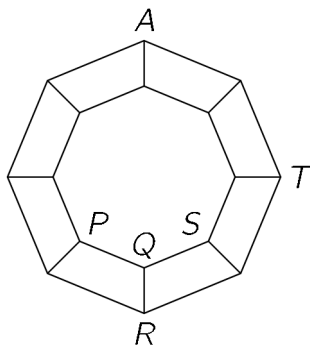
**24.** ¿Cuántos planos pasan por exactamente tres vértices de un cubo dado?

- (A) 1; (B) 2; (C) 4; (D) 8; (E) 12.

**25.** Los enteros positivos  $a$ ,  $b$  y  $c$  tienen tres dígitos cada uno, y para cada entero el primer dígito es el mismo que el último. Además  $b = 2a + 1$  y  $c = 2b + 1$ . ¿Cuántas posibilidades hay para el entero  $a$ ?

- (A) 3; (B) más de 3; (C) 0; (D) 1; (E) 2.

**26.** La figura muestra un grafo que tiene 16 vértices y algunos segmentos que los conectan. Una hormiga se halla en el vértice  $A$ . En cada movimiento ella camina a lo largo de un segmento hasta alguno de los vértices vecinos. ¿A cuál de los vértices  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$ ,  $T$  puede llegar la hormiga luego de 2019 movimientos?



- (A) sólo a  $Q$ ; (B) sólo a  $P$ ,  $R$  o  $S$ ; (C) sólo a  $P$ ,  $R$ ,  $S$  o  $T$ ;  
(D) sólo a  $T$ ; (E) todos son posibles.

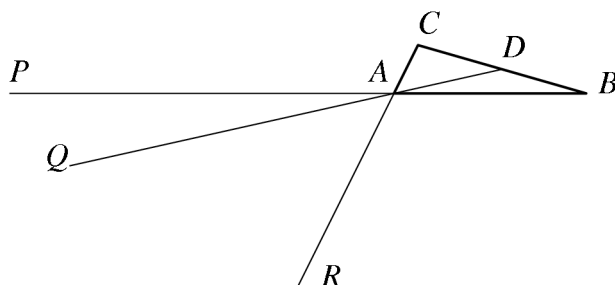
**27.** En cada vértice de un cuadrado se escribe un entero positivo. Si dos números se hallan en vértices adyacentes, uno de ellos debe ser múltiplo del otro. Si en cambio se hallan en vértices diagonalmente opuestos, ninguno de los dos es múltiplo del otro. ¿Cuál es el menor valor posible de la suma de los cuatro números?

- (A) 12; (B) 24; (C) 30; (D) 35; (E) 60.

**28.** ¿Cuál es el mínimo número de elementos que hay que suprimir del conjunto  $\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$  para que el producto de los elementos restantes sea un cuadrado perfecto?

- (A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4; (E) 5.

**29.** Dado el triángulo  $ABC$  de área  $S$ , sea  $D$  el punto medio de  $BC$ . Tome puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$  en las rectas  $AB$ ,  $AD$  y  $AC$ , respectivamente, de manera que  $AP = 2 \cdot AB$ ,  $AQ = 3 \cdot AD$  y  $AR = 4 \cdot AC$ .



¿Cuál es el área del triángulo  $PQR$ ?

- (A)  $S$ ; (B)  $2S$ ; (C)  $3S$ ; (D)  $\frac{1}{2}S$ ; (E) 0 (o sea que  $P$ ,  $Q$  y  $R$  son colineales)..

**30.** ¿Cuántos números de cuatro dígitos hay con la propiedad de que, si se suprime uno cualquiera de sus dígitos, resulta un número de tres dígitos que es un divisor del número original?

- (A) 5; (B) 9; (C) 14; (D) 19; (E) 23.